

# РЕКУРСИЯ

Учитель информатики Н.М. Борисова  
ГБОУ СОШ №249 С-Петербург

# РЕКУРСИЯ

Способ обращения процедуры или функции к самой себе называется **рекурсией**.

- Вычисление факториала числа
- Числа Фибоначчи
- Золотое сечение

# Вычисление факториала числа N

$$n! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 \dots * n$$

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{если } n=1 \\ (n-1)! \cdot n, & \text{если } n>1 \end{cases}$$

$$5! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = (1 * 2 * 3 * 4) * 5 = 4! * 5$$

$$15! = 1 * 2 * 3 * \dots * 15 = (1 * 2 * \dots * 14) * 15 = 14! * 15$$

```
function factorial(n: byte): longint;  
begin  
  if n = 1 then      factorial := 1  
    else            factorial := n * factorial (n - 1);  
end;
```

**ВЫЗОВ В  
программе:**

```
X:=factorial(5);  
write(X);
```

**120**

C:\...\EGE\FACTOR~1.PAS 1

```

USES CRT;
VAR N,I:BYTE;
    F:LONGINT;
FUNCTION FACTORIAL(N:BYTE):LONGINT;
BEGIN
    IF N=1 THEN FACTORIAL:=1
        ELSE FACTORIAL:=N*FACTORIAL(N-1);
END;
<-----ОСНОВНАЯ ПРОГРАММА----->
BEGIN
    CLRSCR;
    GOTOXY(3,5);
    TEXTCOLOR(14);
    WRITELN('ВЫЧИСЛЕНИЕ ФАКТОРИАЛА ЧИСЛА N');
    WRITELN;
    TEXTCOLOR(15);
    WRITE('ВВЕДИТЕ N: '); READ(N);
    WRITELN;
    WRITELN;
    FOR I:=1 TO N DO begin
        F:=FACTORIAL(I);
        WRITELN(I,'!=',F);
        WRITELN;
    end
END.
    
```

[ ] Вывод 2=[↑]

ВЫЧИСЛЕНИЕ ФАКТОРИАЛА ЧИСЛА N

ВВЕДИТЕ N: 8

1!=1

2!=2

3!=6

4!=24

5!=120

6!=720

7!=5040

8!=40320

## **PROGRAM FACTORIAL\_2;**

{Вычисление с помощью процедуры}

USES CRT;

VAR N,I:BYTE; F:LONGINT;

**PROCEDURE FACTORIAL(N:BYTE; VAR F:LONGINT);**

**begin**

**IF N=1 THEN FACTORIAL:=1**

**ELSE begin**

**FACTORIAL(N-1;F);**

**F:=F\*N;**

**end;**

**end;**

{-----ОСНОВНАЯ ПРОГРАММА-----}

BEGIN

CLRSCR;

WRITELN('ВЫЧИСЛЕНИЕ ФАКТОРИАЛА ЧИСЛА N');

WRITE('ВВЕДИТЕ N: '); READ(N);

**FOR I:=1 TO N DO begin**

**FACTORIAL(I,F);**

**WRITELN( I, '!=', F);**

**end**

END.

```

C:\... \EGE\FACTOR~2.PAS
PROGRAM FACTORIAL2;
USES CRT;
VAR N,I:BYTE; F:LONGINT;
PROCEDURE FACTORIAL(N:BYTE; VAR F:LONGINT);
BEGIN
    IF N=1 THEN F:=1
        ELSE begin
            FACTORIAL(N-1,F);
            F:=F*N;
        end;
END;
-----ОСНОВНАЯ ПРОГРАММА-----
BEGIN
    CLRSCR; GOTOXY(5,3); TEXTCOLOR(14);
    WRITELN('ВЫЧИСЛЕНИЕ ФАКТОРИАЛА ЧИСЛА N');
    WRITELN; TEXTCOLOR(15);
    WRITE('ВВЕДИТЕ N: '); READ(N);
    WRITELN;
    FOR I:=1 TO N DO begin
        FACTORIAL(I,F);
        WRITELN(I,'!','=',F);
        WRITELN;
    end
END.
    
```

Вывод 2

**ВЫЧИСЛЕНИЕ ФАКТОРИАЛА ЧИСЛА N**

ВВЕДИТЕ N: 8

1! =1

2! =2

3! =6

4! =24

5! =120

6! =720

7! =5040

8! =40320

# Числа Фибоначчи

**В 1202 году итальянский математик Фибоначчи решил такую задачу:**

**Пара кроликов каждый месяц дает приплод двух кроликов (самца и самку), которые через два месяца способны давать новый приплод.**

**Сколько кроликов будет через год, если в начале года имелась пара кроликов?**



# Чíсла Фибонáччи — элементы числовой последовательности

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610...

в которой **каждое последующее число равно сумме двух предыдущих чисел.**

Название по имени средневекового математика Леонардо Пизанского (или Фибоначчи) .



1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377,  
610...

каждое последующее число равно сумме  
двух предыдущих чисел.

Последовательность чисел Фибоначчи задается  
рекуррентным соотношением:

$$F_1 = 1 \quad F_2 = 1 \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

Эта последовательность была исследована Леонардо Пизанским, известным как Фибоначчи, в его труде «Liber Abaci» (1202).

Он рассматривает развитие идеализированной (биологически нереальной) популяции кроликов, предполагая что:

- В «нулевом» месяце имеется пара кроликов (0 новых пар).
- В первом месяце первая пара производит на свет другую пару (1 новая пара).
- Во втором месяце обе пары кроликов порождают другие пары и первая пара погибает (1 новая пара).
- В третьем месяце вторая пара и две новые пары порождают в общем три новые пары, а старая вторая пара погибает (2 новые пары).

**1, 1, 2, 3, 5, 8...**

$$F(n) = F(n - 1) + F(n - 2).$$

```
Function FIB ( n : integer ) :integer;  
begin  
  if (n=1) or (n=2) then FIB:=1  
    else FIB:=FIB(n-2)+FIB(n-1)  
end;
```

**program fibonachchi;**

**var i:integer;**

**function fib(n:integer): longint;**

**begin**

**if n<=2 then fib:=1**

**else fib:=fib(n-1)+fib(n-2);**

**end;**

**begin**

**for i:=1 to 12 do writeln('fib(', i, ') = ', fib(i) );**

**end.**

```
PROGRAM KROLIKI;
```

```
USES CRT;
```

```
VAR N,I:INTEGER;
```

```
FUNCTION FIB(N:INTEGER):INTEGER;
```

```
begin
```

```
    IF (N=1) OR (N=2) THEN FIB:=1
```

```
        ELSE FIB:=FIB(N-1)+FIB(N-2);
```

```
end;
```

```
{-----ОСНОВНАЯ ПРОГРАММА-----}
```

```
BEGIN
```

```
CLRSCR;
```

```
WRITELN('ЗАДАЧА ПРО КРОЛИКОВ (ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ)');
```

```
WRITE('ВВЕДИТЕ КОЛИЧЕСТВО МЕСЯЦЕВ: '); READ(N);
```

```
FOR I:=1 TO N DO WRITELN(I, ' = ', FIB(I));
```

```
END.
```

```
PROGRAM KROLIKI;  
  
USES CRT;  
VAR N,I:INTEGER;  
FUNCTION FIB(N:INTEGER):INTEGER;  
begin  
  IF (N=1) OR (N=2) THEN FIB:=1  
    ELSE FIB:=FIB(N-1)+FIB(N-2);  
end;  
  <-----ОСНОВНАЯ ПРОГРАММА----->  
BEGIN  
  CLRSCR; GOTOXY(6,5); TEXTCOLOR(14);  
  WRITELN('ЗАДАЧА ПРО КРОЛИКОВ (ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ)');  
  WRITELN; TEXTCOLOR(15);  
  WRITE('ВВЕДИТЕ КОЛИЧЕСТВО МЕСЯЦЕВ: '); READ(N);  
  WRITELN;  
  FOR I:=1 TO N DO WRITELN(I,' = ',FIB(I));  
  
END.
```

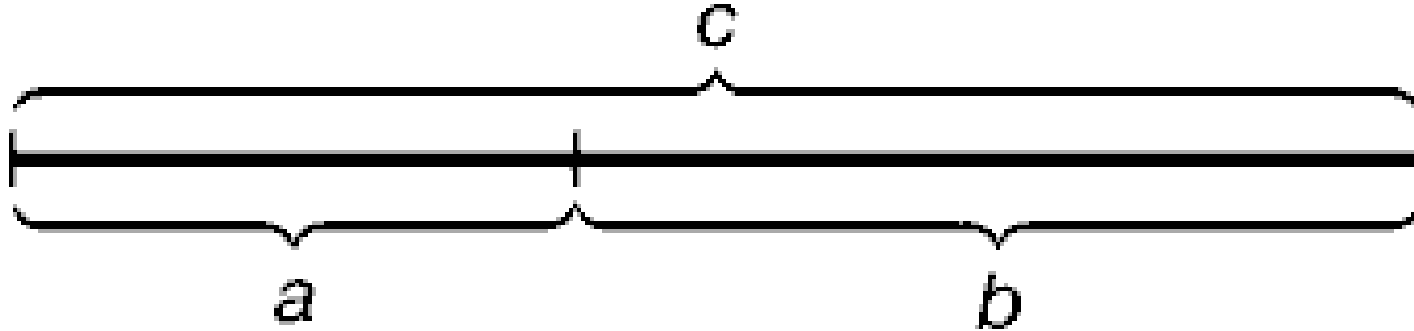
ЗАДАЧА ПРО КРОЛИКОВ (ЧИС

ВВЕДИТЕ КОЛИЧЕСТВО МЕСЯЦЕВ: 1

1 = 1  
2 = 1  
3 = 2  
4 = 3  
5 = 5  
6 = 8  
7 = 13  
8 = 21  
9 = 34  
10 = 55

## Золотое сечение

$$a : b = b : c \text{ или } c : b = b : a.$$



**Золотое сечение** - это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей;

или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему



Отрезки золотой пропорции выражаются бесконечной иррациональной дробью **0,618...**, если с принять за единицу,  $a = 0,382$ .

Числа **0.618** и **0.382** являются коэффициентами **последовательности Фибоначчи**.

На этой пропорции базируются основные геометрические фигуры.

Любой отрезок может быть разделен таким образом, что соотношение между его меньшей и большей частями будет равно отношению между большей частью и всем отрезком .

Это отношение всегда равно 0.618.

значение золотого сечения  $V(n) = u(n) / u(n-1)$

{Значение золотого сечения по заданному n}

```
function sech(n:integer):real;
```

```
begin
```

```
    sech:=fib(n)/fib(n-1);
```

```
end;
```

```
var i : integer;
```

```
begin
```

```
writeln('u(1) = ',fib(1));
```

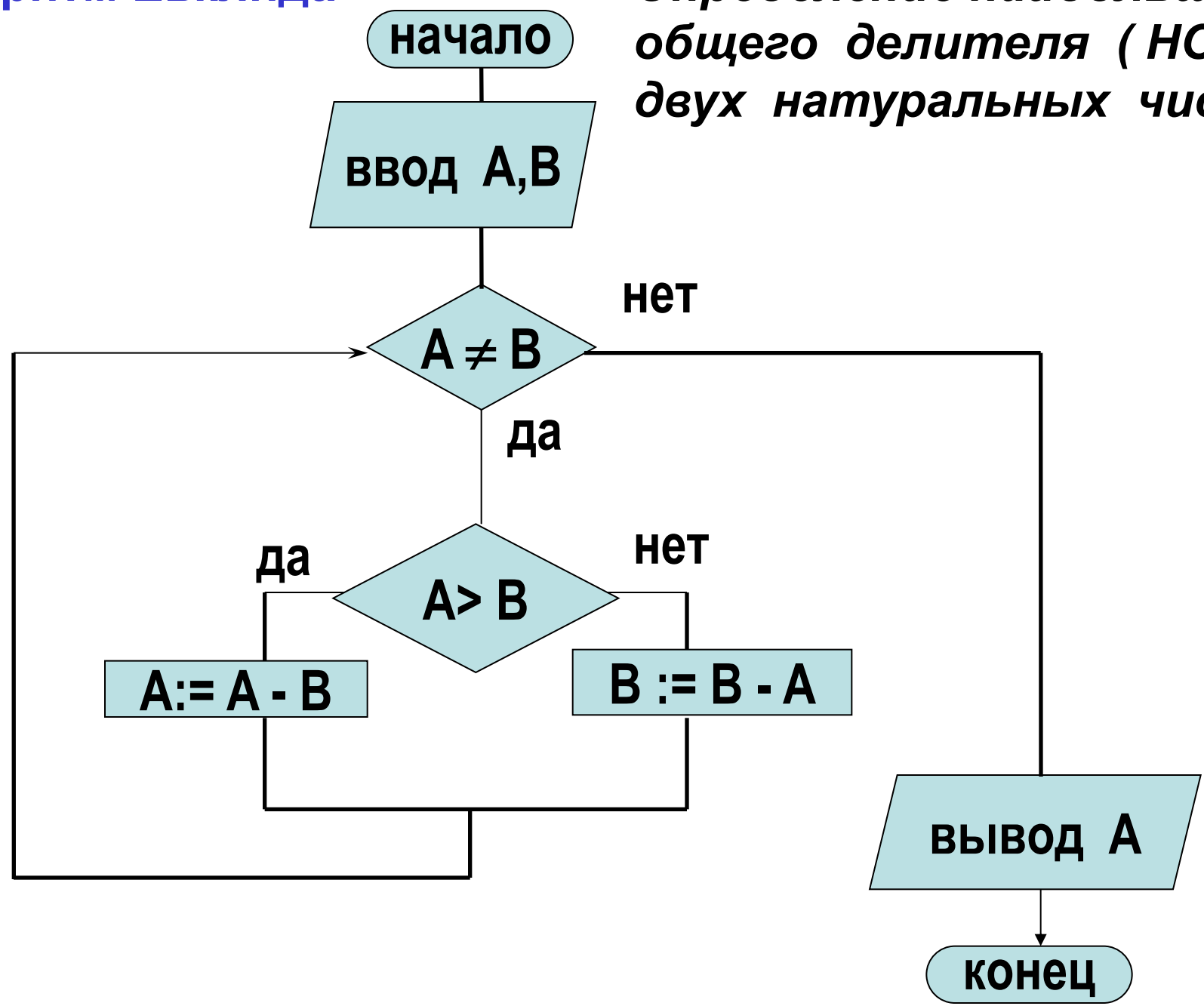
```
for i:=2 to nmax do
```

```
    writeln('u(',i,') = ',fib(i), '    v(',i,') = ',sech(i));
```

```
end.
```

# Алгоритм Евклида

Определение наибольшего  
общего делителя (НОД)  
двух натуральных чисел



## Задача

Даны три натуральных числа. Найти НОД  
наибольшего и наименьшего из этих чисел.

ВВЕДИТЕ ТРИ ЧИСЛА: 18 24 36

Наименьшее число: 18

Наибольшее число: 36

$\text{НОД}(18,36)=9$

ВВЕДИТЕ ТРИ ЧИСЛА: 48 24 36

Наименьшее число: 24

Наибольшее число: 48

$\text{НОД}(24,48)=24$

```
FUNCTION HOD(A,B:INTEGER):INTEGER;  
begin  
  IF A=B THEN HOD:=A  
    ELSE if A>B then HOD:=HOD(A-B,B)  
      else HOD:=HOD(A,B-A);
```

C:\WINDOWS\system32\cmd.exe

File Edit Search Run Compile Debug Tools Options Window Help

[ ]===== EUKLID.PAS =====1=[↑]

```
PROGRAM EUKLID;  
USES CRT;  
  VAR A,B,HOD: INTEGER;  
BEGIN  
  CLRSCR;  
  WRITE('ВВЕДИТЕ ДВА ЧИСЛА: '); READ(A,B);  
  WRITE('НОД( ',A,', ',B,')= ');  
  WHILE A<>B DO  
  begin  
    IF A>B THEN A:=A-B  
    ELSE B:=B-A;  
  end;  
  WRITELN(A)  
END.
```

14:40

F1 Help F2 Save F3 Open Alt+F9 Compile F9 Make Alt+F10 Local menu

## **PROGRAM K8\_V9\_1;**

{Найти НОД наибольшего и наименьшего из трех чисел}

**USES CRT;**

**VAR A, B, C, X, Y: INTEGER;**

**FUNCTION MAX(X,Y:INTEGER):INTEGER;**

**begin**

**IF X<Y THEN MAX:=Y ELSE MAX:=X;**

**end;**

**FUNCTION MIN(X,Y:INTEGER):INTEGER;**

**begin**

**IF X<Y THEN MIN:=X ELSE MIN:=Y;**

**end;**

**FUNCTION HOD(A,B:INTEGER):INTEGER;**

**begin**

**IF A=B THEN HOD:=A**

**ELSE if A>B then HOD:=HOD(A-B,B) else HOD:=HOD(A,B-A);**

**end;**

**BEGIN**

**CLRSCR;**

**WRITE('ВВЕДИТЕ ТРИ ЧИСЛА: '); READ(A,B,C);**

**X:=MAX(A,MAX(B,C)); Y:=MIN(A,MIN(B,C));**

**WRITELN('НОД(' ,Y,',',X,')= ',HOD(X,Y))**

**END.**

C:\TP7\PROGRAM\EGE\K8\_U9\_1.PAS 1

```

PROGRAM K8_U9_1;
USES CRT;
VAR A,B,C,X,Y: INTEGER;

FUNCTION MAX(X,Y:INTEGER):INTEGER;
begin
  IF X<Y THEN MAX:=Y ELSE MAX:=X;
end;

FUNCTION MIN(X,Y:INTEGER):INTEGER;
begin
  IF X<Y THEN MIN:=X ELSE MIN:=Y;
end;

FUNCTION HOD(A,B:INTEGER):INTEGER;
begin
  IF A=B THEN HOD:=A
  ELSE if A>B then HOD:=HOD(A-B,B)
               else HOD:=HOD(A,B-A);
end;
----->
BEGIN
CLRSCR;
WRITE('ВВЕДИТЕ ТРИ ЧИСЛА: '); READ(A,B,C);
X:=MAX(A,MAX(B,C)); Y:=MIN(A,MIN(B,C));
WRITELN('HOD(',Y,',',X,')= ',HOD(X,Y))
END.
  
```

```

[ ] Вывод 2=[↑]
ВВЕДИТЕ ТРИ ЧИСЛА: 24 30 36
HOD(24,36)= 12
-
<|>
  
```